Vermischtes.

Berechnung des Trägers auf 3 Stützen mit veränderlicher Lage der Mittelstütze bei Dreiecksbelastung[1]. Für die Lösung dieser Aufgabe, die bei Spundwänden, Wasserbehältern, Stützwänden, aber auch bei Gratsparren u. dgl. vorkommt, wird nachstehend ein einfaches Verfahren entwickelt und ein Schaubild als einfaches Hilfsmittel gegeben. Mit den Bezeichnungen der Abb. 1 ergibt sich folgende Entwicklung:

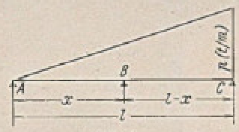


Abb. 1.

Die Gleichung der Momentenlinie bei fehlender Mittelstütze ist[2]:

$$\text{(I)} \qquad M_0 = \frac{p\,l^2}{6}\left(\frac{x}{l}\right)\left[1-\left(\frac{x}{l}\right)^2\right].$$

Die Gleichung der Biegelinie ist[2]):

$$y_0 = \frac{p\,l^4}{360\,EJ}\left(\frac{x}{l}\right)\left[7-10\left(\frac{x}{l}\right)^2+3\left(\frac{x}{l}\right)^4\right].$$

Die Durchbiegung infolge einer Einzellast B ist[3]:

$$y_B = \frac{B\,l^3}{3\,EJ}\left(\frac{x}{l}\right)^2\frac{(l-x)^2}{l^2}.$$

Mit $y_0 = y_B$ ist:

$$B = \frac{p\,l\left(\frac{x}{l}\right)\left[7-10\left(\frac{x}{l}\right)^2+3\left(\frac{x}{l}\right)^4\right]}{120\left(\frac{x}{l}\right)^2\left(1-\frac{x}{l}\right)^2}.$$

Das durch B erzeugte Moment ist[2]:

$$\text{(II)} \qquad M_{B_1} = B\,x\left(1-\frac{x}{l}\right) = \frac{p\,l^2}{120}\left(1+\frac{x}{l}\right)\left[7-3\left(\frac{x}{l}\right)^2\right].$$

Trägt man Gl. (I) u. (II) nach Ausrechnung einzelner Punkte auf, so erhält man das Schaubild der Abb. 2, dessen Ordinaten mit $\frac{p\,l^2}{120}$ zu vervielfältigen sind. Die beiden Auflagertangenten an die Linie I schneiden die Linie II bei $\frac{x}{l} = 0{,}465$ [Punkt (1)] und $\frac{x}{l} = 0{,}77$ [Punkt (2)]. Liegt B außerhalb dieser Punkte, so treten in dem kürzeren Teilstück des Trägers keine positiven Momente mehr auf.

[1]) Vgl. Faerber, Statische Gebrauchswerte. Stuttgart 1939, Verlag Konrad Wittwer.

[2]) Hütte, 26. Aufl., I. Bd., S. 616, Fall 12. Berlin 1931, Wilh. Ernst & Sohn.

[3]) Desgl. S. 613, Fall 3.

Beispiel: Ein Träger mit der Spannweite $l = 8{,}45$ m soll im Abstande $x = 5{,}0$ m vom Auflager A (Abb. 1) eine Zwischenunterstützung B erhalten. Die Dreiecksbelastung beträgt bei C $p = 2{,}50$ t/m. Es ist $\frac{x}{l} = \frac{5{,}0}{8{,}45} = 0{,}59$. Man schiebt das Schaubild der Abb. 1 am besten unter ein durchsichtiges Papier und zeichnet die Linie $x/l = 0{,}59$ ein, wie es in Abb. 2 angegeben ist. Sie schneidet die Linie II im Punkte d. Verbindet man d mit A und C, so erhält man die Momente zwischen der Linie I und den Verbindungslinien Ad und Cd, wenn man die Ordinaten mit $\frac{p\,l^2}{120}$ vervielfältigt. Das Stützenmoment ist:

$$M_B = -1{,}79 \cdot \frac{2{,}5 \cdot 8{,}45^2}{120} = -2{,}66 \text{ tm}.$$

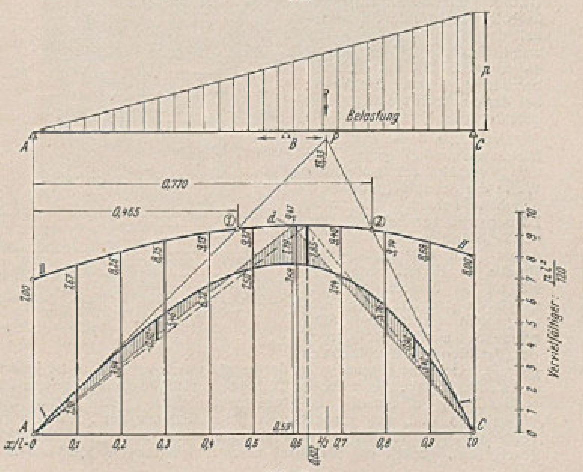


Abb. 2.

Es kann die Frage gestellt werden: Wie muß der Unterstützungspunkt B gewählt werden, damit die beiden positiven Größtmomente einander gleich werden. Durch den Versuch erhält man hierfür $x/l = 0{,}622$, wobei

das Feldmoment $M_{max} = +0{,}92 \cdot \frac{p\,l^2}{120} = \sim \frac{p\,l^2}{130}$

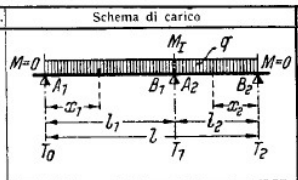
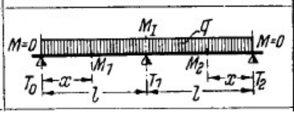
das Stützenmoment $M_{min} = -1{,}85 \cdot \frac{p\,l^2}{120} = \sim -\frac{p\,l^2}{65} = -2\,M_{max}$.

Erwähnt sei noch, daß das Verschieben der Zwischenauflager nach A oder C den einseitig eingespannten Balken mit Dreieckslast ergibt mit den Einspannmomenten

$$M_A = -\frac{7\,p\,l^2}{120} \quad \text{und} \quad M_B = -\frac{8\,p\,l^2}{120}.$$

J. Faerber.

10. 2. 2. 2. 6. Per carico uniformemente distribuito

Nr.	Schema di carico	Reazione agli appoggi	Momenti flettenti	Linea elastica, freccia	Osservazioni
1		$T_0 = A_1 + \frac{M_I}{l_1}$; $T_1 = B_1 + A_2 - M_I\left(\frac{1}{l_1}+\frac{1}{l_2}\right)$; $T_2 = B_2 + \frac{M_I}{l_2}$.	Momento all'appoggio: $M_I = -\frac{q}{8}\frac{l_1^3+l_2^3}{l_1+l_2}$. Momenti in campata: $+\max M$ in $l_1 = \frac{T_0^2}{2q}$; in $l_2 = \frac{T_2^2}{2q}$.	$y_1 = \frac{q\,x_1}{48\,EJ}\left[2\,x_1^3 - \frac{x_1^2}{l_1}(l_1^2 + 3ll_1 - l^2) - l_1(l_1^2 - 3ll_1 + l^2)\right]$; $f_1 M = \frac{q\,l_1^2}{384\,EJ}[9\,l\,l_1 - 3\,l^2 - 4\,l_1^2]$ (in mezzeria); $y_2 = \frac{q\,x_2}{48\,EJ}\left[2\,x_2^3 - \frac{x_2^2}{l_2}(l_2^2 + 3\,ll_2 - l_2) - l_2(l_2^2 - 3\,l\,l_2 + l^2)\right]$; $f_2 M = \frac{q\,l_2^2}{384\,EJ}[9\,l\,l_2 - 3\,l^2 - 4\,l_2^2]$ (in mezzeria).	Momento max M in campata alla distanza $\frac{T_0}{q}$ da T_0 e $\frac{T_2}{q}$ da T_2 max M_1 = maxM_2
2		$T_0 = \frac{3}{8}\,q\,l$; $T_1 = \frac{10}{8}\,q\,l$.	Momento all'appoggio: $M_I = -q\,\frac{l^2}{8}$. Momenti in campata: $\max M_1(_2) = +\frac{9}{128}\,q\,l^2$.	$y = \frac{q\,l^4}{48\,EJ}\left[\frac{x}{l} - 3\,\frac{x^3}{l^3} + 2\,\frac{x^4}{l^4}\right]$; $\max f \approx 0{,}00542\,\frac{q\,l^4}{EJ}$ [$k = 2{,}58$]*) per $x = 0{,}421\,l$ da T_0 opp. T_2	maxM_1=maxM_2 alla distanza $0{,}375\,l$ da T_0 opp. T_2.

[1]) Faerber: Berechnung des Trägers auf 3 Stützen mit veränderlicher Lage der Mittelstütze bei Dreiecksbelastung, *Bautechn. 1940, p. 285.* (Esposizione di un procedimento di dimensionamento semplice e di un grafico ausiliario)